Statistika (KMI/PSTAT)

Cvičení desáté

aneb

Teorie odhadu

Bodové odhady

Při určování číselných charakteristik celé populace pomocí výběru reprezentativní podmnožiny této populace provádíme „pouze“ odhad těchto číselných charakteristik.

Bodové odhady

Při určování číselných charakteristik celé populace pomocí výběru reprezentativní podmnožiny této populace provádíme „pouze“ odhad těchto číselných charakteristik.

π ... podíl prvků s danou vlastností v celé populaci

p ... výběrový podíl prvků s danou vlastností,

tj. podíl prvků s danou vlastností v konkrétním výběru

Bodové odhady

Při určování číselných charakteristik celé populace pomocí výběru reprezentativní podmnožiny této populace provádíme „pouze“ odhad těchto číselných charakteristik.

π ... podíl prvků s danou vlastností v celé populaci

p ... výběrový podíl prvků s danou vlastností,

tj. podíl prvků s danou vlastností v konkrétním výběru

μ ... střední hodnota měřené veličiny v celé populaci

$\overline{x}$ ... výběrová střední hodnota měřené veličiny,

tj. střední hodnota veličiny vypočtená z prvků v konkrétním výběru

Bodové odhady

Při určování číselných charakteristik celé populace pomocí výběru reprezentativní podmnožiny této populace provádíme „pouze“ odhad těchto číselných charakteristik.

π ... podíl prvků s danou vlastností v celé populaci

p ... výběrový podíl prvků s danou vlastností,
tj. podíl prvků s danou vlastností v konkrétním výběru

μ ... střední hodnota měřené veličiny v celé populaci

$\overline{x}$ ... výběrová střední hodnota měřené veličiny,
tj. střední hodnota veličiny vypočtená z prvků v konkrétním výběru

σ^2, σ ... rozptyl (směrodatná odchylka) měřené veličiny v celé populaci

s^2, s ... výběrový rozptyl (směrodatná odchylka) měřené veličiny,
tj. rozptyl (směrodatná odchylka) veličiny vypočtený z prvků v konkrétním výběru

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Výběrové charakteristiky jsou náhodné veličiny, od kterých vyžadujeme, aby byly:

- konzistentní,
- nestranné,
- vydatné.

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Výběrové charakteristiky jsou náhodné veličiny, od kterých vyžadujeme, aby byly:

- konzistentní,
- nestranné,
- vydatné.

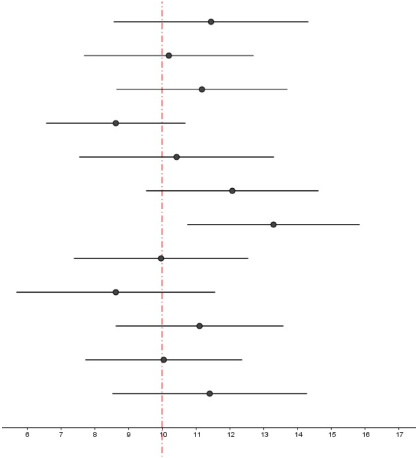
Bodové odhady

1. Výběrový podíl: $p = \dfrac{k}{n}$
2. výběrový průměr: $\overline{x} = \dfrac{1}{n}\sum\limits_{i=1}^{n} x_i$
3. výběrový rozptyl: $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \dfrac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - n\,(\overline{x})^2}{n-1}$
4. výběrová směrodatná odchylka: $s = \sqrt{s^2}$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Interval spolehlivosti

Intervalem spolehlivosti rozumíme číselný interval, množinu hodnot, v němž s vysokou a předem stanovenou pravděpodobností $1 - \alpha$ můžeme očekávat skutečnou sledovanou hodnotu parametru základního souboru.



Intervalové odhady - odhad podílu

π . . . podíl prvků s danou vlastností v celé populaci

p . . . výběrový podíl prvků s danou vlastností,

tj. podíl prvků s danou vlastností v konkrétním výběru

Intervalové odhady - odhad podílu

π ... podíl prvků s danou vlastností v celé populaci

p ... výběrový podíl prvků s danou vlastností,

tj. podíl prvků s danou vlastností v konkrétním výběru

Interval spolehlivosti pro podíl π

Parametr π leží s pravděpodobností $1-\alpha$ v intervalu

$$\left(p - \frac{1}{2n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}; p + \frac{1}{2n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}\right),$$

resp. s pravděpodobností $1-\alpha$ platí

$$p - \frac{1}{2n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}} \leq \pi \leq p + \frac{1}{2n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}.$$

n ... velikost výběru
p ... je výběrový podíl
$u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ ... je příslušný kvantil normovaného normálního rozdělení

Intervalové odhady - odhad podílu

Příklad - odhad podílu

Z velké série výrobků bylo náhodně vybráno 60 kusů, mezi kterými bylo 5 zmetků. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro procento zmetků v sérii.

Intervalové odhady - odhad podílu

Příklad - odhad podílu

Z velké série výrobků bylo náhodně vybráno 60 kusů, mezi kterými bylo 5 zmetků. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro procento zmetků v sérii.

Jedná se o úlohu na výpočet oboustranného intervalu spolehlivosti pro π.

Intervalové odhady - odhad podílu

Příklad - odhad podílu

Z velké série výrobků bylo náhodně vybráno 60 kusů, mezi kterými bylo 5 zmetků. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro procento zmetků v sérii.

Jedná se o úlohu na výpočet oboustranného intervalu spolehlivosti pro π.

$$\left(p - \frac{1}{2n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}};\ p + \frac{1}{2n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}\right)$$

Intervalové odhady - odhad podílu

Příklad - odhad podílu

Z velké série výrobků bylo náhodně vybráno 60 kusů, mezi kterými bylo 5 zmetků. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro procento zmetků v sérii.

Jedná se o úlohu na výpočet oboustranného intervalu spolehlivosti pro π.

$$\left(p - \frac{1}{2n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}};\ p + \frac{1}{2n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}\right)$$

$p = \frac{5}{60} \doteq 0,0833$, $n = 60$, $\alpha = 0,05$, $u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96$.

Příklad - odhad podílu

Z velké série výrobků bylo náhodně vybráno 60 kusů, mezi kterými bylo 5 zmetků. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro procento zmetků v sérii.

Jedná se o úlohu na výpočet oboustranného intervalu spolehlivosti pro π.

$$\left(p - \frac{1}{2n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}};\ p + \frac{1}{2n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}\right)$$

$p = \frac{5}{60} \doteq 0,0833$, $n = 60$, $\alpha = 0,05$, $u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96$.

$$\left(0,0833 - \frac{1}{120} - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\frac{5}{60} \cdot \frac{55}{60}}{59}};\ 0,0833 + \frac{1}{120} + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\frac{5}{60} \cdot \frac{55}{60}}{59}}\right) = (0,0044;\ 0,1622).$$

Intervalové odhady - odhad podílu

Příklad - odhad podílu

Z velké série výrobků bylo náhodně vybráno 60 kusů, mezi kterými bylo 5 zmetků. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro procento zmetků v sérii.

Jedná se o úlohu na výpočet oboustranného intervalu spolehlivosti pro π.

$$\left(p - \frac{1}{2n} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}};\ p + \frac{1}{2n} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n-1}}\right)$$

$p = \frac{5}{60} \doteq 0,0833$, $n = 60$, $\alpha = 0,05$, $u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96$.

$$\left(0,0833 - \frac{1}{120} - 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\frac{5}{60} \cdot \frac{55}{60}}{59}};\ 0,0833 + \frac{1}{120} + 1,96 \cdot \sqrt{\frac{\frac{5}{60} \cdot \frac{55}{60}}{59}}\right) = (0,0044;\ 0,1622).$$

95% interval spolehlivosti je $(0,00447;\ 0,16219)$, tj. s 95% pravděpodobností můžeme očekávat, že poměr zmetků v celé zásilce se pohybuje v rozmezí od 0,4 % do 16,2 %.

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Intervalové odhady I - odhad μ při známém σ

Oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

Levostranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ: $\left(\overline{x} - u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \infty\right)$

Pravostranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ: $\left(-\infty;\ \overline{x} + u_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

$u_{1-\frac{\alpha}{2}}$, resp. $u_{1-\alpha}$ ... příslušný kvantil normovaného normálního rozdělení

n ... počet naměřených hodnot

$\overline{x}$ ... výběrový průměr

σ ... známá směrodatná odchylka (základního souboru, celé populace)

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$\overline{x} = 108,75,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$\overline{x} = 108,75, \ \ \sigma = 15,$

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$\overline{x} = 108,75, \ \ \sigma = 15, \ \ n = 16,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$$\overline{x} = 108,75, \quad \sigma = 15, \quad n = 16, \quad \alpha = 0,05,$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$$\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,05,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96.$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$$\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,05,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96.$$

$$\left(108,75 - 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) = (108,75 - 7,35;\ 108,75 + 7,35)$$

Příklad - odhad μ při známém σ

V dané škole se provádí měření pomocí znalostního testu G. O hodnotách G je známo, že pro populaci dětí v daném věkovém pásmu jsou normálně rozděleny se střední hodnotou 100 a směrodatnou odchylkou 15. Předpokládáme, že proměnná G má na škole u dětí v daném věkovém pásmu stejnou rozptýlenost jako v celé populaci. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr 108,75. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru G dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ se známou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$$\overline{x} = 108,75, \ \ \sigma = 15, \ \ n = 16, \ \ \alpha = 0,05, \ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96.$$

$$\left(108,75 - 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) = (108,75 - 7,35;\ 108,75 + 7,35)$$

$$= (101,4;\ 116,1).$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75$,

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75, \quad \sigma = 15,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75, \ \ \sigma = 15, \ \ n = 16, \ \ \alpha = 0,1,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} =$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),\ \text{předchozí řešení:} = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75, \quad \sigma = 15, \quad n = 16, \quad \alpha = 0,1, \quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$ předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75, \quad \sigma = 15, \quad n = 16, \quad \alpha = 0,1, \quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,$

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$ předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),\ \text{předchozí řešení: } = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,01,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$ předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,01,\ \ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} =$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,01,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),\ \text{předchozí řešení:} = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,01,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right), \text{ předchozí řešení: } = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 16,\quad \alpha = 0,1,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 16,\quad \alpha = 0,01,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

95% IC: $\overline{x} = 108,75,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$ předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75, \quad \sigma = 15, \quad n = 16, \quad \alpha = 0,1, \quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75, \quad \sigma = 15, \quad n = 16, \quad \alpha = 0,01, \quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

95% IC: $\overline{x} = 108,75, \quad \sigma = 15,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),\ \text{předchozí řešení: } = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,01,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

95% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 64,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),\ \text{předchozí řešení: } = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,01,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

95% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 64,\ \ \alpha = 0,05,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right), \text{ předchozí řešení: } = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 16,\quad \alpha = 0,1,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 16,\quad \alpha = 0,01,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

95% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 64,\quad \alpha = 0,05,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} =$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),\ \text{předchozí řešení: } = (101,4;\ 116,1)$$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,1,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 16,\ \ \alpha = 0,01,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

95% IC: $\overline{x} = 108,75,\ \ \sigma = 15,\ \ n = 64,\ \ \alpha = 0,05,\ \ u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96.$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Jak by se nalezený interval změnil, pokud bychom chtěli určit 90%, resp. 99% interval spolehlivosti, resp. pokud by počet respondentů stoupl na 64?

$$\left(\overline{x} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right),$$ předchozí řešení: $= (101,4;\ 116,1)$

90% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 16,\quad \alpha = 0,1,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,1}{2}} = u_{0,95} = 1,645.$

$$\left(108,75 - 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (102,58;\ 114,92).$$

99% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 16,\quad \alpha = 0,01,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,01}{2}} = u_{0,995} = 2,576.$

$$\left(108,75 - 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,576 \cdot \frac{15}{\sqrt{16}}\right) \doteq (99,09;\ 118,41).$$

95% IC: $\overline{x} = 108,75,\quad \sigma = 15,\quad n = 64,\quad \alpha = 0,05,\quad u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{1-\frac{0,05}{2}} = u_{0,975} = 1,96.$

$$\left(108,75 - 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{64}};\ 108,75 + 1,96 \cdot \frac{15}{\sqrt{64}}\right) \doteq (105,075;\ 112,425).$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Intervalové odhady II - odhad μ při neznámém σ

Oboustranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

Levostranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \infty\right)$$

Pravostranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ:

$$\left(-\infty;\ \overline{x} + t_{1-\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

n . . . počet naměřených hodnot

$t_{1-\frac{\alpha}{2}}$, resp. $t_{1-\alpha}$ . . . příslušný kvantil Studentova rozdělení s $(n-1)$ stupni volnosti

$\overline{x}$ . . . výběrový průměr

s . . . výběrová směrodatná odchylka

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

V dané škole se opět provádí měření pomocí znalostního testu H. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr $\overline{x} = 108,75$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 6$. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru H dětí ve škole.

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

V dané škole se opět provádí měření pomocí znalostního testu H. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr $\overline{x} = 108,75$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 6$. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru H dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right),$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

V dané škole se opět provádí měření pomocí znalostního testu H. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr $\overline{x} = 108,75$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 6$. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru H dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$$\overline{x} = 108,75,\ s = 6,\ n = 16,\ \alpha = 0,05,\ t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{1-\frac{0,05}{2}}(15) = t_{0,975}(15) = 2,131.$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

V dané škole se opět provádí měření pomocí znalostního testu H. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr $\overline{x} = 108,75$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 6$. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru H dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$$\overline{x} = 108,75,\ s = 6,\ n = 16,\ \alpha = 0,05,\ t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{1-\frac{0,05}{2}}(15) = t_{0,975}(15) = 2,131.$$

Po dosazení dostaneme:

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

V dané škole se opět provádí měření pomocí znalostního testu H. Provedli jsme 16 měření a získali jsme z nich výběrový průměr $\overline{x} = 108,75$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 6$. Vypočtěte 95% interval spolehlivosti pro střední hodnotu znalostního parametru H dětí ve škole.

Jedná se o oboustranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right),$$

kde:

$$\overline{x} = 108,75,\ s = 6,\ n = 16,\ \alpha = 0,05,\ t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{1-\frac{0,05}{2}}(15) = t_{0,975}(15) = 2,131.$$

Po dosazení dostaneme:

$$\left(108,75 - 2,131 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}};\ 108,75 + 2,131 \cdot \frac{6}{\sqrt{16}}\right) = (105,55;\ 111,95).$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním roztdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním roztdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} =$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním roztdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} = \frac{91,2}{16} = 5,7$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním roztdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} = \frac{91,2}{16} = 5,7$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - 5,7)^2}{15} =$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4	5,6	5,7	5,9	5,7	5,5	5,5	5,3	6,0	5,8	6,0	5,8	5,7	5,6	5,9	5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním roztdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} = \frac{91,2}{16} = 5,7$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - 5,7)^2}{15} = \frac{0,64}{15} = 0,042\overline{6} \doteq 0,0427$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad - odhad μ při neznámém σ

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním roztdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} = \frac{91,2}{16} = 5,7$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - 5,7)^2}{15} = \frac{0,64}{15} = 0,042\overline{6} \doteq 0,0427$$

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - n \cdot \overline{x}^2}{n-1} = \frac{520,48 - 16 \cdot 5,7^2}{15} \doteq 0,0427$$

Příklad - odhad μ při neznámém σ

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním roztdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} = \frac{91,2}{16} = 5,7$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{16} (x_i - 5,7)^2}{15} = \frac{0,64}{15} = 0,042\overline{6} \doteq 0,0427$$

$$s^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - n \cdot \overline{x}^2}{n-1} = \frac{520,48 - 16 \cdot 5,7^2}{15} \doteq 0,0427$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,0427} \doteq 0,207$$

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4	5,6	5,7	5,9	5,7	5,5	5,5	5,3	6,0	5,8	6,0	5,8	5,7	5,6	5,9	5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu,}$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu},$$

$\overline{x} = 5,7,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu},$$

$\overline{x} = 5,7, \quad s \doteq 0,207,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu,}$$

$\overline{x} = 5,7, \quad s \doteq 0,207, \quad n = 16,$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu,}$$

$$\overline{x} = 5,7, \quad s \doteq 0,207, \quad n = 16, \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{1-\frac{0.05}{2}}(15) = t_{0,975}(15) = 2,131$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4	5,6	5,7	5,9	5,7	5,5	5,5	5,3	6,0	5,8	6,0	5,8	5,7	5,6	5,9	5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu,}$$

$$\overline{x} = 5,7, \quad s \doteq 0,207, \quad n = 16, \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{1-\frac{0.05}{2}}(15) = t_{0,975}(15) = 2,131$$

$$\left(5,7 - 2,131 \cdot \frac{0,207}{\sqrt{16}};\ 5,7 + 2,131 \cdot \frac{0,207}{\sqrt{16}}\right)$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4 5,6 5,7 5,9 5,7 5,5 5,5 5,3 6,0 5,8 6,0 5,8 5,7 5,6 5,9 5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu,}$$

$$\overline{x} = 5,7, \quad s \doteq 0,207, \quad n = 16, \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{1-\frac{0.05}{2}}(15) = t_{0,975}(15) = 2,131$$

$$\left(5,7 - 2,131 \cdot \frac{0,207}{\sqrt{16}};\ 5,7 + 2,131 \cdot \frac{0,207}{\sqrt{16}}\right) = (5,59;\ 5,81).$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Pokračování příkladu

Při zjišťování spotřeby benzínu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti byly během 16 testovacích jízd zjištěny následující hodnoty spotřeby (v litrech/100 km):

5,4	5,6	5,7	5,9	5,7	5,5	5,5	5,3	6,0	5,8	6,0	5,8	5,7	5,6	5,9	5,8

Za předpokladu, že spotřeba benzínu je náhodná veličina s normálním rozdělením vypočtěte, v jakých mezích lze s 95% pravděpodobností očekávat průměrnou spotřebu nově vyvinutého automobilu při dané rychlosti.

$$\left(\overline{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad \textit{odhad střední hodnoty při neznámém rozptylu},$$

$$\overline{x} = 5,7, \quad s \doteq 0,207, \quad n = 16, \quad t_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1) = t_{1-\frac{0.05}{2}}(15) = t_{0,975}(15) = 2,131$$

$$\left(5,7 - 2,131 \cdot \frac{0,207}{\sqrt{16}};\ 5,7 + 2,131 \cdot \frac{0,207}{\sqrt{16}}\right) = (5,59;\ 5,81).$$

Průměrnou spotřebu automobilu při dané rychlosti lze s 95% pravděpodobností očekávat v rozmezí od 5,59 do 5,81 litru/100 km.

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad V - odhad jednostranného intervalu spolehlivosti

Při marketinovém průzkumu zákazníci hodnotí daný výrobek počtem bodů v rozmezí od 0 do 100. Manažer prodejny zařadí výrobek do prodeje, pokud jeho průměrné hodnocení v populaci je vyšší než 40 bodů. Z výsledků průzkumu získaných od 25 zákazníků jsme vypočítali výběrový průměr $\overline{x} = 45,2$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 7,3$. Lze s 95% pravděpodobností říci, že průměr hodnocení výrobku v celé populaci je roven alespoň 40 bodům?

Příklad V - odhad jednostranného intervalu spolehlivosti

Při marketinovém průzkumu zákazníci hodnotí daný výrobek počtem bodů v rozmezí od 0 do 100. Manažer prodejny zařadí výrobek do prodeje, pokud jeho průměrné hodnocení v populaci je vyšší než 40 bodů. Z výsledků průzkumu získaných od 25 zákazníků jsme vypočítali výběrový průměr $\overline{x} = 45,2$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 7,3$. Lze s 95% pravděpodobností říci, že průměr hodnocení výrobku v celé populaci je roven alespoň 40 bodům?

Vypočteme levostranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ. Tento interval je roven:

$\left(\overline{x} - t_{1-\alpha}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \infty\right)$, kde:

$\overline{x} = 45,2,\ s = 7,3,\ n = 25,\ \alpha = 0,05,\ t_{1-\alpha}(n-1) = t_{0,95}(24) = 1,711.$

Příklad V - odhad jednostranného intervalu spolehlivosti

Při marketinovém průzkumu zákazníci hodnotí daný výrobek počtem bodů v rozmezí od 0 do 100. Manažer prodejny zařadí výrobek do prodeje, pokud jeho průměrné hodnocení v populaci je vyšší než 40 bodů. Z výsledků průzkumu získaných od 25 zákazníků jsme vypočítali výběrový průměr $\overline{x} = 45,2$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 7,3$. Lze s 95% pravděpodobností říci, že průměr hodnocení výrobku v celé populaci je roven alespoň 40 bodům?

Vypočteme levostranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ. Tento interval je roven:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\alpha}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \infty\right),$$ kde:

$\overline{x} = 45,2,\ s = 7,3,\ n = 25,\ \alpha = 0,05,\ t_{1-\alpha}(n-1) = t_{0,95}(24) = 1,711.$

Po dosazení dostaneme:

$$\left(45,2 - 1,711 \cdot \frac{7,3}{\sqrt{25}}; \infty\right) = (42,7; \infty).$$

Intervalové odhady - odhad střední hodnoty

Příklad V - odhad jednostranného intervalu spolehlivosti

Při marketinovém průzkumu zákazníci hodnotí daný výrobek počtem bodů v rozmezí od 0 do 100. Manažer prodejny zařadí výrobek do prodeje, pokud jeho průměrné hodnocení v populaci je vyšší než 40 bodů. Z výsledků průzkumu získaných od 25 zákazníků jsme vypočítali výběrový průměr $\overline{x} = 45,2$ a výběrovou směrodatnou odchylku $s = 7,3$. Lze s 95% pravděpodobností říci, že průměr hodnocení výrobku v celé populaci je roven alespoň 40 bodům?

Vypočteme levostranný interval spolehlivosti pro μ s neznámou hodnotou σ. Tento interval je roven:

$$\left(\overline{x} - t_{1-\alpha}(n-1) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \infty\right), \text{ kde:}$$

$\overline{x} = 45,2,\ s = 7,3,\ n = 25,\ \alpha = 0,05,\ t_{1-\alpha}(n-1) = t_{0,95}(24) = 1,711.$

Po dosazení dostaneme:

$$\left(45,2 - 1,711 \cdot \frac{7,3}{\sqrt{25}}; \infty\right) = (42,7; \infty).$$

Hledaný průměr hodnocení výrobku v celé populaci je s 95% pravděpodobností větší než 42,7 bodu. Výrobek lze zařadit do prodeje.

Intervalové odhady - velikost výběru

Příklad VI - velikost výběru

Kolik mužů bychom museli vybrat, abychom odhadli průměrnou výšku mužů v celé populaci s přesností $\pm 0,5$ cm a spolehlivostí 95%, předpokládáme-li směrodatnou odchylku 6 cm?

Příklad VI - velikost výběru

Kolik mužů bychom museli vybrat, abychom odhadli průměrnou výšku mužů v celé populaci s přesností $\pm 0,5$ cm a spolehlivostí 95%, předpokládáme-li směrodatnou odchylku 6 cm?

Pro chybu odhadu Δ platí $\Delta = u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Intervalové odhady - velikost výběru

Příklad VI - velikost výběru

Kolik mužů bychom museli vybrat, abychom odhadli průměrnou výšku mužů v celé populaci s přesností $\pm 0,5$ cm a spolehlivostí 95%, předpokládáme-li směrodatnou odchylku 6 cm?

Pro chybu odhadu Δ platí $\Delta = u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Po dosazení dostaneme: $0,5 = 1,96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}}$, tedy $n \geq \frac{1,96^2 \cdot 6^2}{0,5^2} \doteq 553,2$.

Intervalové odhady - velikost výběru

Příklad VI - velikost výběru

Kolik mužů bychom museli vybrat, abychom odhadli průměrnou výšku mužů v celé populaci s přesností $\pm 0,5$ cm a spolehlivostí 95%, předpokládáme-li směrodatnou odchylku 6 cm?

Pro chybu odhadu Δ platí $\Delta = u_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

Po dosazení dostaneme: $0,5 = 1,96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}}$, tedy $n \geq \frac{1,96^2 \cdot 6^2}{0,5^2} \doteq 553,2$.

Pro dosažení požadované přesnosti musíme vybrat alespoň 554 mužů.